Interrogation de cours – 3

Corrigé

1. Enoncer le théorème de la bijection.

> Soit f une fonction continue définie sur un intervalle I. Si f est strictement monotone sur I, alors f est une bijection de I sur l'intervalle $J = f(I)$.

2. Enoncer le résultat sur la dérivée d'une bijection réciproque.

> Si I est un intervalle et $f \in \mathscr{D}(I, \mathbb{R})$ est une bijection de I sur J et f' ne s'annule pas sur I, alors f^{-1} est dérivable sur l'intervalle J, et
> $$\left(f^{-1}\right)' = \frac{1}{f' \circ f^{-1}}.$$

3. Soient $f, g \in \mathscr{D}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$. Donner l'expression de la dérivée de la fonction composée $g \circ f$.

> On a $(g \circ f)' = f' \times (g' \circ f)$.

4. Donner l'expression de la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}^\star$ par
$$f : x \mapsto x^2 \sin \frac{1}{x}$$

> Pour tout $x \in \mathbb{R}^\star$, on a $f'(x) = 2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}$.

5. Donner l'expression de la dérivée de la fonction f définie sur $]1, +\infty[$ par
$$f : x \mapsto \ln \left(\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \right)$$

> Pour tout $x \in]1, +\infty[$, on a $f'(x) = \dfrac{1}{1 - x^2}$.