

Interrogation de cours – 2

Corrigé

1. Soient $m, n \in \mathbb{N}$, avec $m \leq n$ et $q \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Donner la valeur de la somme $\sum_{k=m}^n q^k$.

$$\text{On a } \sum_{k=m}^n q^k = q^m \frac{1 - q^{n-m+1}}{1 - q}.$$

2. Soit $n \in \mathbb{N}$. Donner la valeur de $\sum_{k=1}^n k^2$

$$\text{On a } \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

3. Énoncer la formule de Bernoulli.

$$\text{Si } a, b \in \mathbb{K} \text{ et } n \in \mathbb{N}^*, \text{ alors } a^n - b^n = (a - b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}.$$

4. Énoncer la formule du binôme de Newton.

$$\text{Si } a, b \in \mathbb{K} \text{ et } n \in \mathbb{N}, \text{ alors } (a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}.$$

5. Soient a_0, \dots, a_{n+1} des réels. Exprimer

$$\sum_{k=0}^n (a_{k+1} - a_k).$$

$$\text{On a } \sum_{k=0}^n (a_{k+1} - a_k) = a_{n+1} - a_0.$$

6. Écrire l'expression suivante sous la forme $2^n \times 3^m$, où n et m sont des entiers relatifs :

$$\frac{(3^2 \times (-2)^4)^8}{((-3)^5 \times 2^3)^{-2}}.$$

$$\text{On a } \frac{(3^2 \times (-2)^4)^8}{((-3)^5 \times 2^3)^{-2}} = \frac{3^{16} \times (-1)^{32} \times 2^{32}}{(-1)^{-10} \times 3^{-10} \times 2^{-6}} = 3^{16-(-10)} \times 2^{32-(-6)} = 3^{26} \times 2^{38}.$$