

NOM :
Prénom :

Interrogation de cours – 15

le 16.03.2026

1. Soient E, F des $\mathbb{K}$ -espaces vectoriels et $f \in \mathcal{L}(E, F)$, donner la définition de $\text{Ker } f$ et $\text{Im } f$.

2. Soit $f \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3)$ définie par :

$$\begin{aligned} f : \quad \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R}^3 \\ (x, y) &\mapsto (x + y, x - y, x + y) \end{aligned}$$

- a. Déterminer $\text{Ker } f$, $\text{Im } f$.
b. L'application f est-elle injective, surjective ?

3. Énoncer le théorème du rang.

4. Soit l'endomorphisme f de $\mathbb{R}_3[X]$ défini par

$$\begin{array}{ccc} f : \mathbb{R}_3[X] & \rightarrow & \mathbb{R}_3[X] \\ P & \mapsto & P' \end{array}$$

Déterminer le rang de f . L'endomorphisme f est-il surjectif? injectif?

5. Soient E un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel et $f \in \mathcal{L}(E)$.

a. f est un projecteur de E si et seulement si

Dans ce cas, f est un projecteur sur, parallèlement à

b. f est une symétrie de E si et seulement si

Dans ce cas, f est une symétrie par rapport à, parallèlement à