

## Mathématiques – Progression du cours – Semestre 1

---

### Chapitre 1 – Rudiments de logique – Ensembles

01.09.2025 :

- Propositions, prédicats.
- Connecteurs logiques : négation, conjonction, disjonction.
- Implication, équivalence.

02.09.2025 :

- Conditions nécessaires, conditions suffisantes.
- Réciproque, contraposée.
- Montrer une implication, montrer une équivalence.
- Propositions quantifiées.
- Négation des propositions quantifiées.
- Permutation des quantificateurs.
- Montrer une proposition quantifiée.
- Existence et unicité.
- Différentes définitions d'un ensemble.
- Inclusion, égalité entre ensembles. Ensemble des parties.
- Union, intersection.

*Exercices 1 à 6 du TD 1 à préparer pour le 04.09.*

04.09.2025 :

- TD : exercices 1 à 8, 12, 13

05.09.2025 :

- Union, intersection d'une famille quelconque d'ensembles.
- Ensembles disjoints, partitions.
- Différence, complémentaire.
- Produit cartésien.
- Raisonnements par déduction, pas disjonction de cas, par l'absurde.
- Raisonnement par analyse-synthèse.
- Raisonnement par récurrence simple, double, forte.

*DM 1 à rendre pour le 11.09. Les exercices 18 et 20 seront corrigés le 08.09.*

08.09.2025 :

- Interrogation 1.
- Exercices 20, 18, 9.

### Chapitre 2 : Sommes et produits

08.09.2025 :

- Notation  $\sum$ . Règles de calcul.
- Changements d'indice.

09.09.2025 :

- Sommes télescopiques.
- $\sum_{k=1}^n k, \sum_{k=1}^n k^2, \sum_{k=1}^n k^3$
- Sommes géométriques.
- Formule de Bernoulli.
- Produits : notation  $\prod$ , propriétés. Factorielles. Produits télescopiques.

*Exercices 1 à 5, 8 du TD 2 à préparer pour le 11.09. DM 1 à rendre.*

11.09.2025 :

- TD 2 : exercices 1 à 5, début du 8.

12.09.2025 :

- Coefficients binomiaux. Propriétés.
- Formule de Pascal.
- Formule "du capitaine" :  $\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}$ .
- Expression des coefficients binomiaux.
- Formule du binôme de Newton.
- Sommes doubles rectangulaires, triangulaires.
- Exercice 10.

*Exercices 13, 9, 11 (au moins) à préparer pour le 15.09.*

*Interrogation 2 le 15.09 : Cours chapitre 2 + Calcul (cahier de calcul : Puissances)*

15.09.2025 :

- Interrogation 2.
- Exercices 9, 11, 13 du TD 2.

## Chapitre 3 : Calcul algébrique dans $\mathbb{R}$

15.09.2025 :

- Opérations sur  $\mathbb{R}$ . Propriétés.
- Intégrité de  $\mathbb{R}$ .
- Inégalités dans  $\mathbb{R}$ .

16.09.2025 :

- Composition et inégalités.
- Majorant, minorant, maximum, minimum d'une partie de  $\mathbb{R}$ .
- Puissance et racine carrée.
- Valeur absolue.
- Inégalités triangulaires. Inégalité triangulaire généralisée.
- Caractérisation d'une partie bornée.

*Exercices 1 à 6 du TD 3 à préparer pour le 18.09.*

19.09.2025 :

- Exercices 1, 2, 3, 5 du TD 3.
- Partie entière.

## Chapitre 4 : Rappels et compléments sur les fonctions réelles

19.09.2025 :

- Notion de fonction, ensemble image, graphe.
- Opérations sur les fonctions.

*Exercices 7 à 10 du TD 3 à traiter pour le 22.09.*

22.09.2025 :

- Exercices 6, 9, 10 du TD 3.
- Composition.
- Graphe de  $x \mapsto f(x + a)$ ,  $x \mapsto f(x) + b$ ,  $x \mapsto f(ax)$ ,  $x \mapsto bf(x)$ ,  $x \mapsto f(a - x)$  à partir du graphe de  $f$ .
- Fonctions paires, impaires.
- Fonctions périodiques.
- Fonctions majorées, minorées, bornées. Extrema.
- Monotonie, stricte monotonie.
- Monotonie et opérations.

*Exercices 1 à 6 du TD 4.*

23.09.2025 :

- Notion de bijection. Réciproque.
- Bijectivité et monotonie.
- Fonction continue en un point, sur un ensemble.
- Théorème des valeurs intermédiaires.
- Théorème de la bijection.
- Dérivabilité en un point, sur un ensemble. Exemples.
- Tangente.
- Dérivabilité et continuité.
- Dérivabilité et opérations.

*Exercices 1 à 7, 12 du TD 4 à préparer pour le 25.09.*

25.09.2025 :

- Exercices 1 à 6 du TD 4.

26.09.2025 :

- Dérivée d'une composée. Dérivée d'une bijection réciproque.
- Dérivée et monotonie.
- Exemples de preuve d'inégalité par l'étude d'une fonction.
- Fonction logarithme népérien. Propriétés.
- Fonction exponentielle. Propriétés.
- Fonctions puissances réelles. Propriétés.
- Fonctions racines  $n$ -ème.

*Fin du TD 4 (sauf exercice 14) à préparer. Interrogation le 29.09 : chapitre 4 + calcul (cahier de calcul, fiche 9 : dérivation)*

29.09.2025 :

- Interrogation 3.
- Bilan DS1.
- Dérivées des fonctions puissances réelles.
- Croissances comparées.
- Fonctions hyperboliques.

*Exercices 11 et 13 du TD 4 à préparer pour le 30.09. DM 3 à rendre pour le 02.10.*

## Chapitre 5 : Trigonométrie

29.09.2025 :

- Fonctions circulaires, propriétés.
- Formules d'addition et de duplication.

*Exercices 11 et 13 du TD 4 à préparer pour le 30.09. DM 3 à rendre pour le 02.10.*

30.09.2025 :

- Bilan Interrogation 3.
- Exercices 11, 13 (TD4).
- Formules de symétries.
- Equations trigonométriques.
- Formules de linéarisation et de factorisation.
- Limites usuelles.
- Dérivées et étude des fonctions circulaires.
- Paramétrisation rationnelle di cercle trigonométrique.
- Fonctions circulaires réciproques : arcsin, arccos, arctan.

*Exercices 1 à 4 du TD 5 à préparer pour le 02.10. Valeurs remarquables arcsin, arccos, arctan. DM 3 à rendre.*

02.10.2025 :

- Exercices 1 à 4 du TD 4.

*Exercice 7 à préparer pour le 03.10.2025.*

03.10.2025 :

- Exercice 7 (début).
- $\cos(\arcsin)$ .
- Dérivée et étude des fonctions arccos, arcsin, arctan.
- $\forall x \in [-1, 1], \arccos x + \arcsin x = \frac{\pi}{2}$ .
- $\forall x \in \mathbb{R}_+, \arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$ .

*Exercice 7 à terminer, exercice 6.*

## Chapitre 6 : Nombres complexes

03.10.2025 :

- Définition de  $\mathbb{C}$ . Représentation graphique.
- Conjugué, modules, propriétés.

*Réfléchir à la preuve de l'inégalité triangulaire.*

06.10.2025 :

- Exercices 7 (fin), exercice 6 du TD 5.
- Inégalité triangulaire, inégalité triangulaire généralisée, cas d'égalité.
- Racines carrées complexes.
- Équation polynomiales du second degré dans  $\mathbb{C}$ .
- Système somme-produit.

*Début du TD 6 à travailler.*

07.10.2025 :

- Fonctions polynomiales complexes.
- Nombres complexes de module 1. Propriétés de l'exponentielle d'un imaginaire pur.
- Forme trigonométrique. Arguments. Propriétés.
- Interprétation géométrique.
- Techniques de calcul : linéarisation, délinéarisation, angle moitié.
- Exponentielle complexe.
- Racines de l'unité.

*Exercices 1, 2, 4, 7,8 10, 17 à traiter pour le 09.10.*

09.10.2025 :

- Exercices 1, 2, 4, 7,8 17, 12.

10.10.2025 :

- Racines de l'unité (suites). Somme des racines de l'unité.
- Racines  $n$ -èmes d'un complexe.
- Transformation de l'expression  $a \cos x + b \sin x$ .
- Exercices 15, 16, 13.

## Chapitre 7 : Applications et relations binaires

13.10.2025 :

- Notion d'application. Ensemble image, graphe.
- Application identité, indicatrice.
- Composition. Restriction. Prolongement.
- Injections.

*Exercices 2 et 4 à préparer pour le 14.10.2025.*

14.10.2025 :

- Injection et composition. Injection et stricte monotonie.
- Surjections. Surjections et composition.
- Bijections.
- Images directes, images réciproques.
- Exercice 9.
- Relations binaires. Relations d'équivalence, classes d'équivalence, ensemble de représentants.

*Exercices 2, 4, 10, 11, 12 à préparer pour le 16.10.*

16.10.2025 :

- Exercices 2, 4, 10, 11, 12.

*Exercices 13, 6 à préparer pour le 17.10.*

17.10.2025 :

- Exercices 13, 6, 14.
- Relations d'ordre. Ordre total, ordre partiel.
- Majorants, minorants, plus grand élément, plus petit élément.
- Équipotence. Dénombrabilité.

*DM 4 pour le 03.11.*

## Chapitre 8 : Compléments sur les réels

17.10.2025 :

- Borne supérieure, borne inférieure. Principe de la borne supérieure.

*DM 4 pour le 03.11.*

03.11.2025 :

- Bilan du DS 2.
- Bornes et minimum/maximum.
- Distance à une partie.
- Caractérisation de la borne supérieure, de la borne inférieure.
- Propriété d'Archimède de  $\mathbb{R}$ .

*Exercices 1, 2 du TD 8 pour le 04.11.*

04.11.2025 :

- Existence de la partie entière.
- Partie dense dans  $\mathbb{R}$ . Caractérisation "à la  $\varepsilon$ " de la densité.
- Densité de  $\mathbb{Q}$  et  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  dans  $\mathbb{R}$ .
- Densité de  $\mathbb{D}$  dans  $\mathbb{R}$ .

*Exercices 3 et 5 du TD 8 pour le 06.11.2025*

06.11.2025 :

- Exercices 1,2,5.
- Notion de limite d'une suite.
- Suites convergentes, suites bornées. Limites et opérations.

07.11.2025 :

- Exercice 3.
- Droite achevée.
- Intervalles de  $\mathbb{R}$ , de  $\overline{\mathbb{R}}$ .

## Chapitre 9 : Suites numériques

07.11.2025 :

- Suites. Définition explicite, par récurrence, explicite.
- Suites majorées, minorées bornées.
- Propriétés vraies à partir d'un certain rang.
- Variations d'une suite.
- Suite convergente, limites finies et infinies.
- Limites et opérations.

*Exercices 1, 3, 2 du TD 9 pour le 10.11.*

10.11.2025 :

- Limites et inégalités. Passage à la limite.
- Encadrement, comparaison.
- Règle de d'Alembert.
- Théorème de la limite monotone.

*Exercices 1,2,3,6 pour le 13.11*

13.11.2025 :

- Exercices 1,3,6.
- Notion de suites adjacentes.
- Autour du théorème des suites adjacentes.

*Exercice 4 à traiter pour le 14.11.2025*

14.11.2025 :

- Suites adjacentes. Théorème des suites adjacentes.
- Caractérisations séquentielles : bornes supérieures et inférieures, densité.
- Point adhérent à une partie, adhérence.
- Suites extraites, extractrice. Valeurs d'adhérence.
- Théorème de Bolzano-Weierstrass.
- Exercices 4, 8.

17.11.2025 :

- Théorème de Bolzano-Weierstrass : fin.
- Suites récurrentes.
- Monotonie des suites récurrentes. Limites et points fixes.
- Extension au cas complexe.

*Exercice 14*

18.11.2025 :

- Suites arithmético-géométriques.
- Suites récurrentes linéaires d'ordre 2.
- Exemples.

*Exemples de suites récurrentes linéaires d'ordre 2 à traiter.*

20.11.2025 :

- Exercices 2, 14.
- Produit matriciel.
- Exercices 2, 9 du TD 10.

## Chapitre 10 : Matrices et systèmes linéaires

21.11.2025 :

- Espace  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .
- Matrices élémentaires.
- Addition, multiplication par un scalaire.
- Produit matriciel. Propriétés.
- Produit avec une matrice colonne/ligne.
- Produit de matrices élémentaires.
- Transposée.
- Matrices symétriques, antisymétriques.
- Puissances d'une matrice carrée. Formules du binôme, de Bernoulli dans  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ .
- Exercice 3.

*Exercices 6, fin du 8 à traiter pour le 24.11. Interrogation 6 le 24.11.*

24.11.2025 :

- Exercice 6.
- Matrices diagonales, triangulaires supérieures, inférieures.
- Stabilité par les opérations.
- Puissances de matrices diagonales ou triangulaires.
- Matrices inversibles.  $GL_n(\mathbb{K})$ .
- Conditions suffisantes de non inversibilité.
- Inversibilité des matrices diagonales.

*Exercices 4, 7 à traiter pour le 25.11.*

25.11.2025 :

- Bilan DS3.
- Exercice 4.
- Matrices inversibles et opérations.
- Systèmes linéaires, matrice associée, écriture matricielle.
- Systèmes équivalents, opérations élémentaires.
- Systèmes échelonnés, résolution des systèmes échelonnés.
- Pivot de Gauss.

*Exercices 15, 7, 13 à traiter pour le 27.11.*