

16 mars – 20 mars

Applications linéaires

Dimension finie

Programme de la semaine dernière.

Applications linéaires

- Applications linéaires, endomorphismes, formes linéaires. Notations : $\mathcal{L}(E, F)$, $\mathcal{L}(E)$, E^* .
- Notation $\mathbb{K}^n = \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$.
- Application linéaire canoniquement associée à $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, notée $\varphi_A : \mathbb{K}^p \rightarrow \mathbb{K}^n$.
 $X \mapsto AX$
- $\mathcal{L}(E, F)$ est un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel. Composition.
- L'anneau $\mathcal{L}(E)$, formules de Bernoulli et du binôme.
- Noyau et image d'une application linéaire.
- Si $f \in \mathcal{L}(E, F)$, f injective $\Leftrightarrow \text{Ker } f = \{0_E\}$.
- Noyau et image d'une matrice.
- Une application linéaire de $\mathcal{L}(E, F)$ est caractérisée par l'image d'une base de E , ou par sa restriction à des sev supplémentaires.
- En dimension finie, E et F sont isomorphes si et seulement si $\dim E = \dim F$.
- En dimension finie, $\dim \mathcal{L}(E, F) = \dim E \dim F$.
- Rang d'une application linéaire. Rang et injectivité, surjectivité.
- Théorème du rang.
- Projecteurs, symétries.
- $p \in \mathcal{L}(E)$ est un projecteur si et seulement si $p^2 = p$.
- $s \in \mathcal{L}(E)$ est une symétrie si et seulement si $s^2 = \text{Id}_E$.
- Formes linéaires et hyperplans.

À venir : Intégration.