

9 mars – 13 mars

Espaces vectoriels de dimension finie – Applications linéaires (début)

Dimension finie

- Espaces vectoriels de dimension finie.
- Lemme de Steinitz : si E a une famille génératrice de cardinal n , toutes ses familles libres sont de cardinal au plus n .
- Théorème de la base incomplète, théorème de la base extraite.
- Notion de dimension.
- Dans un espace vectoriel de dimension finie toute famille libre de bon cardinal est une base, toute famille génératrice de bon cardinal est une base.
- $\dim E \times F$.
- Rang d'une famille de vecteurs.
- Sous-espaces vectoriels en dimension finie.
- Formule de Grassmann.
- Caractérisation de la supplémentarité en dimension finie.

Applications linéaires

- Applications linéaires, endomorphismes, formes linéaires. Notations : $\mathcal{L}(E, F)$, $\mathcal{L}(E)$, E^* .
- Notation $\mathbb{K}^n = \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$.
- Application linéaire canoniquement associée à $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, notée $\varphi_A : \begin{array}{ccc} \mathbb{K}^p & \rightarrow & \mathbb{K}^n \\ X & \mapsto & AX \end{array}$.
- $\mathcal{L}(E, F)$ est un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel. Composition.
- L'anneau $\mathcal{L}(E)$, formules de Bernoulli et du binôme.
- Noyau et image d'une application linéaire.

Note pour les colleurs : Aucun exercice sur les applications linéaires n'a encore été traité. On pourra se contenter de preuves de linéarité et calculs de noyau en début de semaine.

À venir : Applications linéaires.