

19 janvier – 23 janvier

## Polynômes

---

### Polynômes

- Anneau  $\mathbb{K}[X]$  ( $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ ). Expression des coefficients du produit  $PQ$ .
- Coefficients (notés  $c_k[P]$ ), coefficient dominant (noté  $c_{\text{dom}}[P]$ ), degré,  $\mathbb{K}_n[X]$ .
- Degré et opérations :  $\deg(P + Q)$ ,  $\deg(PQ)$ ,  $\deg(P \circ Q)$ .
- Inversibles de  $\mathbb{K}[X]$ . Intégrité.
- Fonction polynomiale, évaluation.
- Multiples diviseurs dans  $\mathbb{K}[X]$ , division euclidienne des polynômes.
- Polynôme dérivé.
- Formule de Taylor polynomiale.
- Racines. Nombre maximal de racines d'un polynôme non nul. Un polynôme de  $\mathbb{K}_n[X]$  qui a  $n + 1$  racines distinctes est nul.
- Multiplicité, caractérisation de la multiplicité à l'aide des polynômes dérivés.
- Polynômes scindés, théorème de d'Alembert-Gauss (admis).  $X^n - 1 = \prod_{\omega \in \mathbb{U}_n} (X - \omega)$ .
- Relations coefficients-racines, formules de Viète.

**Note pour les colleurs :** L'arithmétique des polynômes (PGCD, polynômes premiers entre eux, irréductibles) n'a pas encore été abordée.

---

### Quelques exemples de questions de cours

- Unicité de la division euclidienne polynomiale.
- $P(\alpha) = 0 \Leftrightarrow \exists Q \in \mathbb{K}[X], P = (X - \alpha)Q$ .
- Coefficient  $c_k[PQ]$ ,  $\deg(PQ) = \deg P + \deg Q$ .
- Si  $A, B \in \mathbb{K}[X]$ ,  $(A \mid B \text{ et } B \mid A) \Leftrightarrow \exists \lambda \in \mathbb{K}^*, A = \lambda B$ .
- ...

**À venir :** Dérivation.