

19 janvier – 23 janvier

Polynômes

Polynômes

- Anneau $\mathbb{K}[X]$ ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C}). Expression des coefficients du produit PQ .
- Coefficients (notés $c_k[P]$), coefficient dominant (noté $c_{\text{dom}}[P]$), degré, $\mathbb{K}_n[X]$.
- Degré et opérations : $\deg(P + Q)$, $\deg(PQ)$, $\deg(P \circ Q)$.
- Inversibles de $\mathbb{K}[X]$. Intégrité.
- Fonction polynomiale, évaluation.
- Multiples diviseurs dans $\mathbb{K}[X]$, division euclidienne des polynômes.
- Polynôme dérivé.
- Formule de Taylor polynomiale.
- Racines. Nombre maximal de racines d'un polynôme non nul. Un polynôme de $\mathbb{K}_n[X]$ qui a $n + 1$ racines distinctes est nul.
- Multiplicité, caractérisation de la multiplicité à l'aide des polynômes dérivés.
- Polynômes scindés, théorème de d'Alembert-Gauss (admis). $X^n - 1 = \prod_{\omega \in \mathbb{U}_n} (X - \omega)$.
- Relations coefficients-racines, formules de Viète.

Note pour les colleurs : L'arithmétique des polynômes (PGCD, polynômes premiers entre eux, irréductibles) n'a pas encore été abordée.

Quelques exemples de questions de cours

- Unicité de la division euclidienne polynomiale.
- $P(\alpha) = 0 \Leftrightarrow \exists Q \in \mathbb{K}[X], P = (X - \alpha)Q$.
- Coefficient $c_k[PQ]$, $\deg(PQ) = \deg P + \deg Q$.
- Si $A, B \in \mathbb{K}[X]$, $(A | B \text{ et } B | A) \Leftrightarrow \exists \lambda \in \mathbb{K}^*, A = \lambda B$.
- ...

À venir : Dérivation.